Übungsblatt 2

Adrian Schollmeyer

Aufgabe 6

T Baum, $x_0 \in V(T)$, $\leq \subseteq V(T)^2$ mit

$$x \leq y :\iff x \text{ liegt auf dem } y, x_0\text{-Weg in } T \tag{1}$$

$\not{z}$: $\leq$ part. Ordnung auf $V(T)$

Beweis. Reflexivität Sei $x \in V(T) \implies$ x liegt auf dem x, x_0-Weg in T, also $x \leq x$. ✓

Antisymmetrie Seien $x, y \in V(T)$ mit $x \leq y$ und $y \leq x$. Dann x liegt auf dem eindeutigen y, x_0-Weg in T und y liegt auf dem eindeutigen x, x_0-Weg in T.

Angenommen $x \neq y$. Dann $d_T(x_0, x) < y$ und $d_T(x_0, y) < x$. $\lightning$

Transitivität Seien $x, y, z \in V(T)$ mit $x \leq y$ und $y \leq z$. Dann x liegt auf dem y, x_0-Weg und y liegt auf dem z, x_0-Weg. Also liegt x auf dem z, x_0-Weg, da die Wege eindeutig sind. Also $x \leq z$. ✓

Also ist $\leq$ eine partielle Ordnung. □

$A \subseteq V(T), x \in V(T)$.

$$\inf(A) = x :\iff x \text{ größtes Element der Menge } M \text{ aller unteren Schranken von } A \tag{2}$$

Sei $a, b \in V(T)$. Dann Menge M der unteren Schranken von $\{a, b\}$:

$$M = \{x \in V(T) \mid x \leq a \wedge x \leq b\} \tag{3}$$

Infimum von $\{a, b\}$ ist größtes Element von M, also $x \in M$ mit $\forall y \in M : y \leq x$. Daraus folgt, dass x auf dem a, x_0-Weg und auf dem b, x_0-Weg liegt.

Also ist x Infimum von $\{a, b\}$ ist die Ecke auf dem a, x_0- und b, x_0-Weg mit größtem Abstand zu x_0.