Hausaufgabenserie 2

Adrian Schollmeyer

Aufgabe 1

(a)

$$\forall x \in A : x \in B \land \forall x \in B : x \in C \land \exists x \in C : x \notin B \tag{1}$$

Da alle x aus A auch aus B sind, gilt alles, was für alle x aus B gilt, auch für alle x aus A:

$$\forall x \in A : x \in C \land \exists x \in C : x \notin B \tag{2}$$

Da $A \subseteq B$:

$$\exists x \in C : x \notin B \implies \exists x \in C : x \notin A \tag{3}$$
$$\forall x \in A : x \in C \land \exists x \in C : x \notin A \tag{4}$$
$$A \subset C \quad \square \tag{5}$$

(b)

$$x \in A \land \neg (x \in B \land x \in C) \tag{6}$$
$$\Leftrightarrow x \in A \land (x \notin B \lor x \notin C) \tag{7}$$
$$\Leftrightarrow (x \in A \land x \notin B) \lor (x \in A \land x \notin C) \tag{8}$$
$$\implies (A \setminus B) \cup (A \setminus C) \quad \square \tag{9}$$

Aufgabe 2

- $\{\varnothing\}$
- $\{\varnothing, \{\varnothing\}\}$
- $\{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}$
- $\{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing, \{\varnothing\}\}\}\}$

Aufgabe 3

Aussage 2 Widerlegung:

Es seien:

$$A = \{1\} \tag{10}$$
$$B = \{2\} \tag{11}$$

So folgt:

$$C = \mathfrak{P}(A) \qquad = \{\varnothing, \{1\}\} \tag{12}$$
$$D = \mathfrak{P}(B) \qquad = \{\varnothing, \{2\}\} \tag{13}$$
$$C \cup D = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}\} \tag{14}$$
$$\mathfrak{P}(A \cup B) = \{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\} \tag{15}$$
$$\mathfrak{P}(A \cup B) = \mathfrak{P}(A) \cup \mathfrak{P}(B) \tag{16}$$
$$\{\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}\} = C \cup D \tag{17}$$
$$= \{\varnothing, \{1\}, \{2\}\} \quad \lightning \tag{18}$$

Daraus folgt:

$$\exists A, B : \mathfrak{P}(A \cup B) \neq \mathfrak{P}(A) \cup \mathfrak{P}(B) \quad \square \tag{19}$$